**2.3 排列** 2021年6月30日16点46分

**2.3.1定义**. 令是一个集合.如果函数是双射,则该函数被称为的一个**排列[permutation]**.

集合的所有排列集合记为.

集合的所有排列集合被记为.

命题2.1.5表明中两个排列的复合又是一个排列.根据命题2.1.3,排列组合是结合的.很明显,S上的恒等函数是双射.命题2.1.7表明中的任何排列都有一个反函数,它也是双射.我们可以将这些重要的属性总结如下:

1. 如果,则;
2. ;
3. 如果,则.

**2.3.2定义**. 令是一个集合,.如果存在元素使得,,,,,以及对于所有其它元素,并且对于成立,则被称为**长度为**的**循环**.在这种情况下我们写.

**2.3.3定义**. 令和是中的循环.如果对所有成立,则和被称为是**不相交的[disjoint]**.

**2.3.4命题**. 令S是任意集合.如果和在中是不相交的,则.

**2.3.5定理**. 中的每个排列都可以写成不相交循环的乘积.乘积中出现的长度的循环是唯一的.(**证明过程需看懂**)

**2.3.6定义**. 令.使得的最小正整数被称为的**阶**.

**2.3.7命题**. 令具有阶.则对所有的整数我们有当且仅当.

**2.3.8命题**. 令可以被写成不相交循环的乘积.则的阶是这些循环长度的最小公倍数.

**2.3.9定义**. 长度为2的循环被称为**换位[transposition]**.

**2.3.10命题**. 中的任意排列都可以被称为换位的乘积,其中.

**2.3.11定理**. 如果一个排列以两种方式写成换位的乘积,那么在两种情况下,换位的数量要么都是偶数,要么都是奇数.(**证明过程需看懂**)

**2.3.12定义**. 如果一个排列可以写成偶数个换位的乘积,那么它被称为偶排列,否则被称为奇排列.